

## Ćw. 11 Wyznaczanie prędkości przepływu przy pomocy rurki spiętrzającej

### 1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się z metodą wyznaczania prędkości przepływu za pomocą rurek spiętrzających oraz wykonanie charakterystyki kątowej i prędkościowej wybranej rurki.

### 2. Podstawy teoretyczne

Rurki spiętrzające są prostymi przyrządami pozwalającymi wyznaczyć lokalną wartość prędkości przepływu płynu (w praktyce z reguły gazu) drogą pomiaru różnicy ciśnienia spiętrzenia i ciśnienia statycznego. Zasada pomiaru opiera się na wykorzystaniu równania energii dla przepływu ustalonego.

Dla przepływu płynu nieściśliwego ( $\rho = \text{const}$ ) z równania Bernoulliego

$$\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} = \frac{p_o}{\rho} \quad (1)$$

gdzie:  $V$  - prędkość przepływu,

$p, \rho$  - ciśnienie i gęstość płynu,

$p_o$  - ciśnienie całkowite płynu, tzn. ciśnienie osiągnięte po izentropowym wyhamowaniu płynu do stanu spoczynku ( $V=0$ )

otrzymujemy wyrażenie na prędkość przepływu w postaci

$$V = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (2)$$

gdzie:  $\Delta p = p_o - p$  - zwane jest także ciśnieniem dynamicznym  $q$

W przypadku cieczy gęstość  $\rho$  można odczytać z tablic, natomiast gęstość gazu należy obliczyć z równania stanu

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (3)$$

gdzie:  $T$  oznacza temperaturę gazu a  $R$  jego stałą gazową.

W przepływie ściśliwym gazu z równania energii dla ruchu ustalonego w postaci

$$\frac{V^2}{2} + \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p}{\rho} = \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p_o}{\rho_o} \quad (4)$$

gdzie:  $\rho_o$  - gęstość płynu w warunkach spiętrzenia ( $V=0$ )

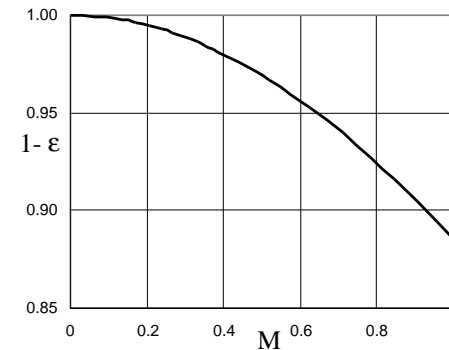
$\kappa$  - wykładnik izentropy (równy stosunkowi ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu do ciepła właściwego przy stałej objętości), można otrzymać podobną jak (2) zależność na prędkość przepływu  $V$  w postaci

$$V = (1 - \varepsilon) \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (5)$$

gdzie:  $(1 - \varepsilon)$  - współczynnik rozprężania uwzględniający ściśliwość gazu. Współczynnik rozprężania można wyrazić w funkcji liczby Macha przepływu  $M$  oraz wykładnika izentropy  $\kappa$  jako

$$(1 - \varepsilon) = M \left( \frac{\kappa}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)^{\frac{-\kappa}{\kappa-1}} \right]^{\frac{1}{2}} \left( 1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)^{\frac{-\kappa}{2(\kappa-1)}} \quad (6)$$

Zależność tę pokazano na rys. 1. Z jego analizy wynika, że błąd wynikający z nieuwzględnienia efektu ściśliwości w zakresie liczb Macha  $M < 0.2$  jest mniejszy od 0.5%, osiąga 2% przy  $M=0.4$  i wzrasta do 12% przy  $M=1$ .

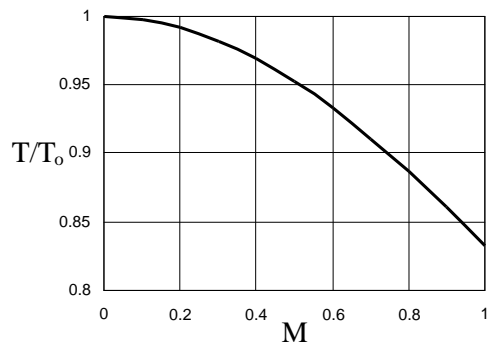


Rys. 1 Zależność współczynnika ekspansji  $(1 - \varepsilon)$  od liczby Macha

We wzorze (5) gęstość gazu należy, jak poprzednio, wyznaczyć z równania stanu. Ponieważ przy dużych prędkościach przepływu nie da się precyzyjnie zmierzyć temperatury gazu  $T$ , trzeba ją wyznaczyć mierząc specjalną sondą temperaturę całkowitą gazu  $T_o$  a następnie posługując się zależnością

$$T = \frac{T_o}{1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2} \quad (7)$$

wynikającą z adiabatycznej zależności między  $T$  i  $T_o$ . Zależność tę pokazano na rys. 2.



Rys. 2 Zależność stosunku temperatur od liczby Macha

Współczynnik rozprężenia ( $1-\varepsilon$ ) wygodnie jest uzależnić od stosunku ciśnień  $\frac{\Delta p}{p}$ , ponieważ to właśnie te wielkości są mierzone podczas pomiaru rurkami ciśnieniowymi. Z równania energii (4) oraz zależności między  $p_o$  i  $p$  w przepływie izentropowym

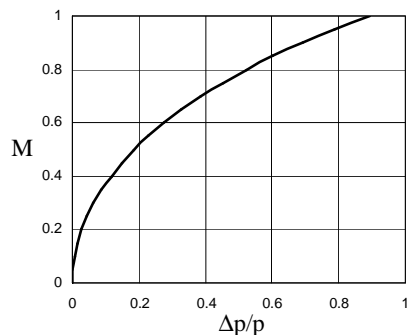
$$\frac{p_o}{p} = \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \quad (8)$$

otrzymujemy po przekształceniach zależność

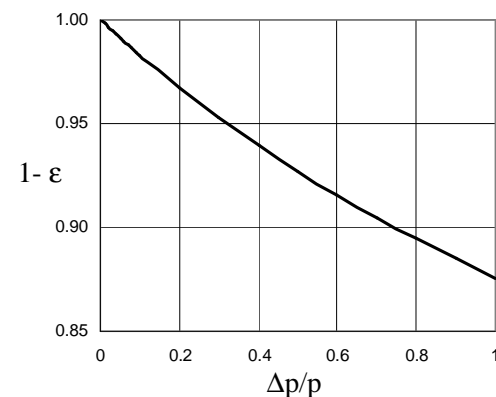
$$M = \left\{ \frac{2}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{\Delta p}{p} + 1 \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} - 1 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

gdzie:  $\Delta p = p_o - p$ .

Zależność tę przedstawiono na rys. 3

Rys. 3 Zależność liczby Macha od stosunku ciśnień  $\Delta p/p$ 

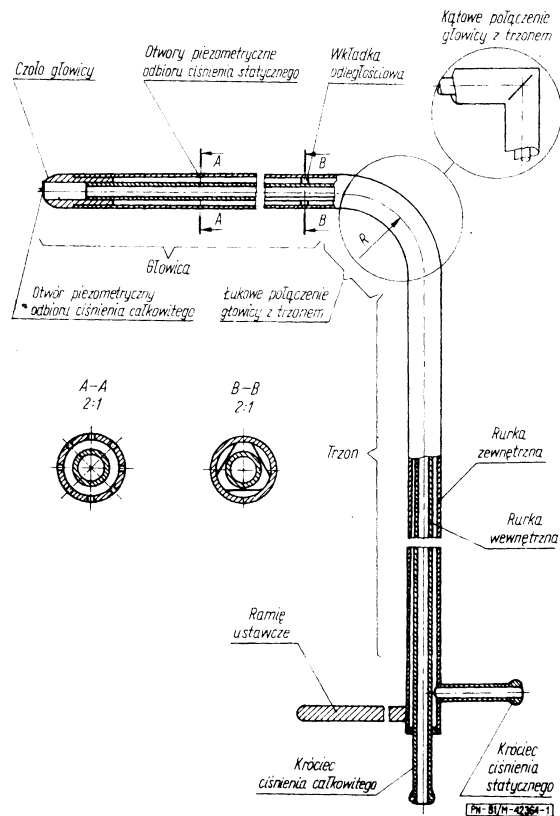
Wprowadzenie wzoru (9) do wzoru (6) pozwala otrzymać związek między współczynnikiem ekspansji ( $1-\varepsilon$ ) a stosunkiem ciśnień  $\Delta p/p$ . Zależność tę pokazano na wykresie 4.

Rys. 4 Zależność współczynnika ekspansji ( $1-\varepsilon$ ) od stosunku ciśnień  $\Delta p/p$ 

Jak wynika z powyższych rozważań, do wyznaczenia prędkości przepływu płynu  $V$  konieczny jest pomiar ciśnienia płynu  $p$ , różnicy między ciśnieniem całkowitym a ciśnieniem  $\Delta p$  oraz znajomość temperatury płynu  $T$ . Do pomiaru ciśnień używa się specjalnych sond zwanych rurkami spiętrzającymi połączonych z manometrami.

### 3. Sondy pomiarowe

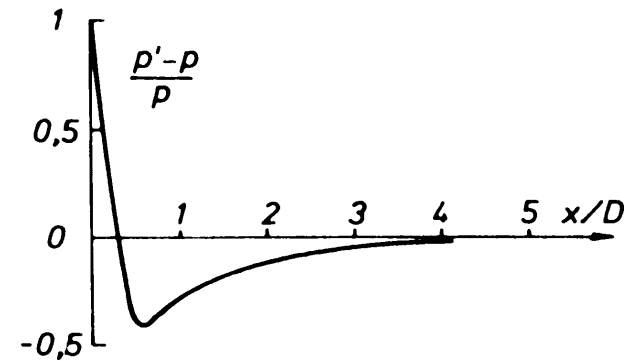
Do pomiaru ciśnienia całkowitego i statycznego w przepływającym płynie stosuje się różnego typu rurki spiętrzające, w tym rurki typu AMCA, NPL oraz CETJAT będące przedmiotem polskiej normy (PN-81/M-42364). Rurki wykonane zgodnie z normą nie wymagają wzorcowania. Rurka spiętrzająca (rys. 5) składa się z głowicy oraz trzonu z tzw. ramieniem ustawczym, umożliwiającym ustawienie głowicy rurki wewnątrz przepływu w odpowiednim miejscu i pod odpowiednim kątem.



Rys. 5 Rurka spiętrzająca typu AMCA (rurka Prandtla).

Wewnątrz rurki zewnętrznej znajduje się rurka wewnętrzna, co umożliwia połączenie czoła głowicy z króćcem ciśnienia spiętrzenia oraz otworków służących do odbioru ciśnienia statycznego znajdujących się na powierzchni w zewnętrznej rurce głowicy z króćcem ciśnienia statycznego. Cechą charakterystyczną konkretną rurkę spiętrzającą jest kształt głowicy (kulisty w rurce AMCA, elipsoidalny w rurce NPL oraz stożkowy w rurce CETJAT) oraz liczba, średnica i odległość od czoła rurki otworków do odbioru ciśnienia statycznego.

Odległość otworków ciśnienia statycznego od czoła rurki jest tak dobrana, aby ciśnienie  $p_{st}$  mierzone na powierzchni rurki w miejscu pomiaru było (przy właściwym ustawieniu rurki) w przybliżeniu równe ciśnieniu  $p$  w przepływie niezakłóconym (tzn. w tym miejscu, ale bez obecności rurki). Rozkład ciśnienia na zewnętrznej powierzchni rurki spiętrzającej pokazano na rys. 6.



Rys. 6 Rozkład ciśnienia na powierzchni rurki spiętrzającej

Ciśnienie spiętrzenia  $p_{sp}$ , jakie ustali się w otworze centralnym głowicy po wyhamowaniu przepływu ( $V=0$ ) nie zawsze równa się ciśnieniu całkowitemu  $p_o$ . Istnieją tu następujące przypadki:

- Dla bardzo małych liczb Reynoldsa ( $Re < 200$ ), czyli jednocześnie  $M \ll 1$ ) zachodzi, na skutek efektów lepkościowych,  $p_{sp} > p_o$ .
- W zakresie przepływu poddźwiękowego ( $M < 1$ ) jest  $p_{sp} = p_o$ . W tym przypadku założenie izentropowego wyhamowania przepływu jest słuszne.
- Dla przepływów naddźwiękowych ( $M > 1$ ) mamy  $p_{sp} < p_o$ . W tym zakresie prędkości przed czołem rurki tworzy się odsunięta fala uderzeniowa, przez co wyhamowanie przepływu nie jest już całkowicie izentropowe.
- Dla przepływów silnie turbulentnych  $p_{sp} > p_o$ , na skutek efektów bezwładnościowych
- W zakresie około- i naddźwiękowym ( $M > 0.8$ ) pomiar ciśnienia statycznego bocznymi otworkami sondy spiętrzającej staje się niemożliwy z uwagi na skomplikowane warunki opływu sondy (Przy dużych prędkościach przepływu podczas opływu czoła głowicy dochodzi do powstania obszaru naddźwiękowego, zamkniętego falą uderzeniową. Otworki ciśnienia statycznego mierzą więc właściwie ciśnienie za taką falą. Ponadto w przypadku przepływu naddźwiękowego podczas opływu głowicy tworzy się, jak wspomniano wcześniej, odsunięta fala uderzeniowa. Mierzone przez otworki boczne ciśnienie statyczne znacznie różni się w tym wypadku od ciśnienia w przepływie niezakłóconym. Pomiarów ciśnień w tym zakresie liczb Macha dokonuje się specjalnymi sondami a ewentualne użycie zwykłej sondy spiętrzającej wymaga w każdym przypadku jej wzorcowania).

## 6. Wyznaczanie prędkości przepływu

W przypadku przepływów nieściśliwych płynu ( $M \leq 0.1$ ) dla obliczenia prędkości  $V$  możemy skorzystać z uproszczonego wzoru (2), natomiast w przypadku ogólnym prędkość przepływu wyznaczamy ze wzoru (5).

Jeśli spełnione są cztery następujące warunki:

- sonda spiętrzająca jest ustawiona równoległe do przepływu,
- pomiaru dokonujemy w zakresie liczb Macha  $0 < M \leq 0.8$ ,
- liczba Reynoldsa  $Re > 200$  (podczas pomiaru w gazach warunek ten z reguły jest spełniony)
- turbulencja przepływu jest niewielka (bezwymiarowy współczynnik turbulencji  $\leq 0.1$ ) to wtedy słuszne jest założenie, że  $p_{sp} = p_o$  oraz  $p_{st} = p$ .

Wtedy wzór (5) przybiera postać

$$V = (1 - \varepsilon) \sqrt{\frac{2(p_{sp} - p_{st})}{\rho}} \quad (11)$$

Wartość współczynnika ekspansji  $(1 - \varepsilon)$  oraz sposób obliczania gęstości gazu  $\rho$  zależy od liczby Macha, którą można obliczyć ze wzoru (9), podstawiając

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{p_{sp} - p_{st}}{p_{st}}$$

lub odczytać z wykresu na rys. 3. W warunkach pomiarów technicznych:

- dla  $M \leq 0.1$  można przyjąć  $(1 - \varepsilon) = 1$
- dla  $M > 0.1$  wartość  $(1 - \varepsilon)$  należy obliczyć ze wzoru (6) lub odczytać z wykresu na rys. 4.

Gęstość płynu  $\rho$  należy wyznaczyć z równania stanu podstawiając  $p = p_{st}$ . Temperaturę gazu  $T$  wyznaczamy ze wzoru (7) lub w oparciu o wykres na rys. 2, znając temperaturę spiętrzenia  $T_o$ . W zależności od wartości liczby Macha:

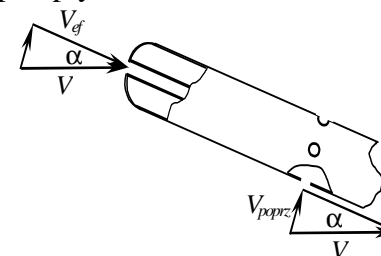
- dla  $M \leq 0.15$  można przyjąć  $T = T_o$  z błędem mniejszym niż 1%,
- dla  $M > 0.15$  temperaturę  $T$  należy wyznaczyć w sposób podany wyżej.

## 7. Charakterystyka kierunkowa rurki spiętrzającej

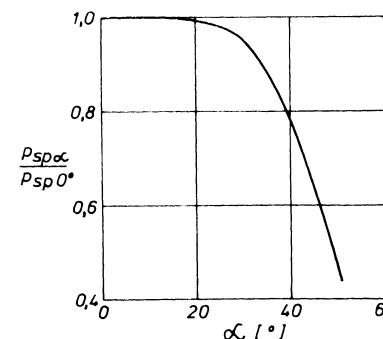
Wskazywane przez rurkę spiętrzającą wartości ciśnienia spiętrzenia  $p_{sp}$  i ciśnienia statycznego  $p_{st}$  zależą bardzo silnie od jej ustawienia względem przepływu.

W przypadku otworu do pomiaru ciśnienia spiętrzenia przy skośnym ustawieniu rurki (rys. 7) strumień ulega tylko częściowemu wyhamowaniu (tylko składowa  $V_{ef}$ ), przez co wartość ciśnienia mierzonego przez rurkę zmniejsza się.

Przykładową zależność pokazano na rys. 8, gdzie indeksy ( $\alpha$  i  $0^\circ$ ) oznaczają skośne i równoległe do przepływu ustawienia rurki.



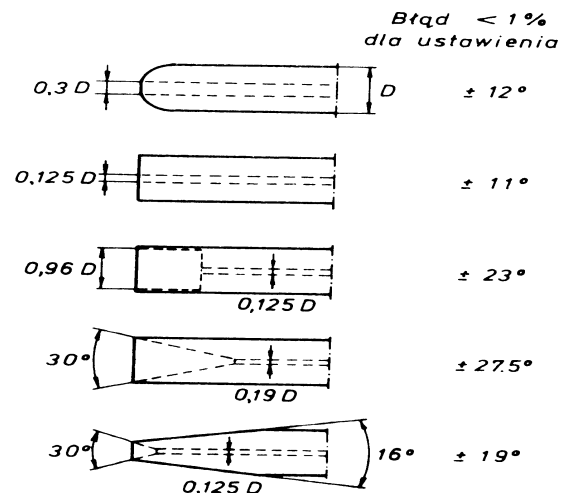
Rys. 7 Efekt skośnego ustawienia rurki spiętrzającej



Rys. 8 Typowa charakterystyka kierunkowa rurki spiętrzającej

Charakterystyka kierunkowa konkretnej sondy spiętrzającej zależy od kształtu części czołowej głowicy. Na rys. 9 pokazano różne rozwiązania oraz podano zakres kątów, przy którym błąd wskazań dla ciśnienia spiętrzenia nie przekracza 1%.

W przypadku otworów do pomiaru ciśnienia statycznego sytuacja jest jeszcze bardziej skomplikowana. Przy skośnym ustawieniu mamy do czynienia z poprzecznym opływem rurki z prędkością równą składowej  $V_{poprz}$ , jak to pokazano na rys. 8. W zależności od ilości otworków i ich rozmieszczenia niektóre z nich znajdują się w strefie podwyższonego ciśnienia, inne zaś w strefie maksymalnego podciśnienia lub strefie oderwania (porównaj opływ walca kołowego). Z tych powodów pomiar ciśnienia statycznego jest przy skośnym ustawieniu rurki obarczony znacznym błędem, szczególnie przy dużych prędkościach przepływu.

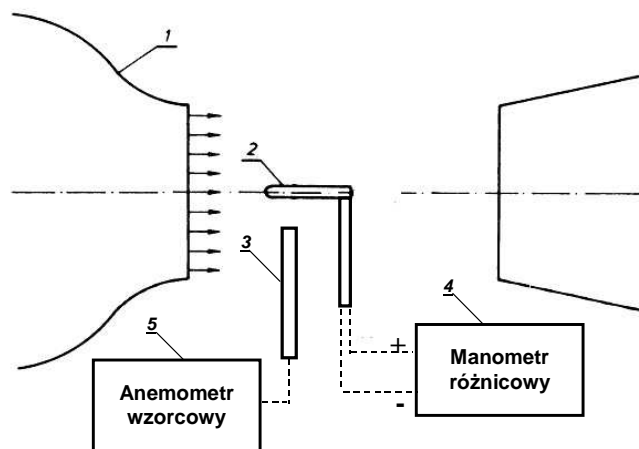


Rys. 9 Tolerancja ustawienia rurek spiętrzających o różnych kształtach części czołowej

Podczas pomiaru różnicy ciśnień  $p_{sp}-p_{st}$  efekty te częściowo się kompensują, dzięki czemu tolerancja ustawienia rurki spiętrzającej przy pomiarze różnicy ciśnień znacznie się zwiększa.

## 9. Stanowisko pomiarowe i wykonanie ćwiczenia

### 9.1 Charakterystyka prędkościowa sondy spiętrzającej (rurki Prandtla)



Schemat stanowiska do wyznaczania charakterystyki prędkościowej rurki Prandtla

Charakterystykę prędkościową sondy spiętrzającej wyznacza się w warunkach przepływu nieściśliwego w tunelu aerodynamicznym 1, w którego otwartej przestrzeni pomiarowej umieszczona jest badana sonda 2. Prędkość powietrza w przestrzeni pomiarowej tunelu mierzona jest anemometrem wzorcowym 5, którego sonda 3 umieszczona jest w pobliżu badanej sondy 2. Ciśnienia  $\Delta p_{sp}$  i  $\Delta p_{st}$  na zaciskach badanej sondy mierzone są albo manometrem różnicowym 4 albo niezależnie manometrami wodnymi.

### Wykonanie ćwiczenia:

1. Zanotować wartość ciśnienia atmosferycznego  $p_a$  oraz temperatury otoczenia  $t_a$ . Obliczyć gęstość powietrza w przestrzeni pomiarowej

$$\rho = \frac{p_a}{R T_a}$$

$T$  - temperatura powietrza - należy ją przyjąć jako równą temperaturze w laboratorium (otwarta przestrzeń pomiarowa tunelu)

$R$  - stała gazowa (dla powietrza  $R=287 \text{ m}^2/\text{s}^2/\text{K}$ )

2. Obliczyć liczbę Reynoldsa (dla sprecyzowania warunków eksperymentu) dla minimalnej i maksymalnej prędkości przepływu:

$$\text{Re} = \frac{V D}{\nu}$$

$D$  - średnica rurki Prandtla,

$\nu$  - lepkość kinematyczna powietrza dla temperatury  $T_a$ .

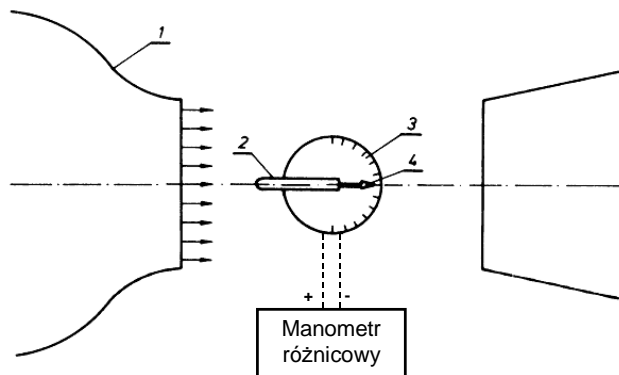
3. Ustawić prędkość w przestrzeni pomiarowej tunelu (dla pierwszego pomiaru maksymalną). Zanotować wartość prędkości wskazywanej przez anemometr wzorcowy oraz wartość różnicy ciśnień wskazywanej przez manometr różnicowy.
4. Powtórzyć czynności z punktu 3 dla coraz mniejszych prędkości w tunelu.
5. Dla każdego pomiaru obliczyć prędkość wskazywaną przez rurkę Prandtla  $V_{rP}$  oraz wartość błędów w %:

$$V_{rP} = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} = \sqrt{\frac{2(\Delta p_{sp} - \Delta p_{st})}{\rho}} \quad \text{Błąd} = \frac{V_{rP} - V_{wz}}{V_{wz}} 100$$

6. Sporządzić wykres prędkości wskazywanej przez rurkę spiętrzającą w funkcji prędkości wzorcowej  $V_{rP} = f(V_{wz})$  oraz wykres błędów  $\text{Błąd} = f(V_{wz})$ .

## 9.2 Charakterystyka kierunkowa sondy spiętrzającej

Charakterystykę kierunkową sondy spiętrzającej wyznacza się w warunkach przepływu nieściśliwego (tylko dla jednej wartości prędkości). Kąt ustawienia sondy  $\alpha$  odczytuje się na skali 3 z podziałką kątową za pomocą wskazówki 4 przymocowanej do sondy. Różnica ciśnień  $\Delta p = p_{sp} - p_{st}$  mierzona jest manometrem różnicowym.



Schemat stanowiska do wyznaczania charakterystyki kierunkowej rurki Prandtla

### Wykonanie ćwiczenia:

1. Ustawić wymaganą prędkość w przestrzeni pomiarowej tunelu.
2. W zakresie kątów ustawienia sondy  $\alpha = \pm 45^\circ$ , odczytać wartości  $\Delta p_\alpha$  (albo  $\Delta p_{sp}$  i  $\Delta p_{st}$ ), zmieniając kąt co  $5^\circ$ .
3. Dla wszystkich kątów  $\alpha$  obliczyć prędkość:

$$V_\alpha = \sqrt{\frac{2\Delta p_\alpha}{\rho}}$$

oraz błąd procentowy

$$Błq\%_\alpha = \frac{V_\alpha - V_{0st}}{V_{0st}} 100$$

gdzie  $V_{0st}$  oznacza prędkość wskazywaną przez sondę przy ustawieniu pod kątem  $\alpha = 0^\circ$ .

4. Sporządzić wykresy wielkości obliczonych w p.3 w funkcji kąta  $\alpha$ . Podać zakres kątów, dla którego błąd wskazań rurki Prandtla nie przekracza 5%.